



UKAMAU

2

Universidad Mayor de San Andrés
Facultad de Ciencias Puras y Naturales

Carrera de Matemática

Director: Lic. Zenón Condori Gonzales

Instituto de Investigación Matemática-IIMAT

Director: Hans Nina Hooper Ph.D.

Apoya:

Sociedad Boliviana de Matemática-SoBolMat

Presidente: Santiago Sologuren M.Sc.

Olimpiada Paceña de Matemática-OPM

Av. Villazón 1995, Monoblock Central UMSA, Planta Baja del Edificio Viejo.

Teléfono: 2441578

e-mail: olimpiadaOPM@gmail.com

<http://www.opmat.org>

La Paz, Bolivia.

Olimpiada Paceña de Matemática 2015

Presidente: Jimmy Santamaria Torrez Ph.D.

Comité Académico: Charlie Lozano Correa M.Sc. , Hans Nina Hooper Ph.D. ,
Lic. Helder López Romero.

Comité editorial de UKAMAU

Editor responsable: Jimmy Santamaria Torrez

Revisión: Charlie Lozano Correa

Ediciones Instituto de Investigación Matemática-IIMAT U.M.S.A.

UKAMAU N°2, Noviembre 2015

Derechos reservados de acuerdo a Ley.

Número de Depósito Legal: 4-3-74-15 P.O.

Resolución del H. Consejo de Carrera de Matemática:

FCPN/MAT RES. H.C.C./ Nro 106/2015

IMPRESO EN ARTES GRÁFICAS "GAMA"

Cel.: 77218044

A los lectores

El Instituto de Investigación Matemática (IIMAT) de la Universidad Mayor de San Andrés, como unidad académica que promueve la investigación científica y la extensión universitaria hacia la sociedad en temas estrictamente matemáticos, continuando con el espíritu de realizar publicaciones anuales de la revista UKAMAU, se complace en presentar su segundo número. En esta versión incorporamos la lista de las y los estudiantes ganadores, como un reconocimiento más al esfuerzo realizado por ellas y ellos, sus profesores tutores y naturalmente sus familias.

Hacemos propicia la oportunidad para agradecer de manera muy especial a Efraín Cruz Mullisaca Ph. D., a Willy Condori Equice M.Sc. y a Miguel Yucra Calle M.Sc., docentes investigadores del IIMAT, quienes en su momento contribuyeron significativamente con mucha dedicación y compromiso para hacer efectiva el inicio de esta colección de revistas a ser publicadas anualmente. A Porfirio Suñagua S. Ph.D. y al Lic. Zenón Condori G., quienes en su condición de Directores de Carrera en su momento apoyaron de manera incondicional a la OPM. Extendemos el agradecimiento a Marycel Arauco Lima, Secretaria del IIMAT por todas las gestiones realizadas, a Mónica Flores Quispe, Kardista y a la Lic. Conzuelo Mendoza Peña, Secretaria de la Carrera de Matemática, quienes siempre estuvieron apoyándonos con las labores administrativas.

Nuestro justo y gran reconocimiento a Jimmy Santamaría Torrez Ph.D., Presidente de la OPM-2015 y Charlie Lozano Correa M.Sc., miembro del comité Académico de la OPM-2015, matemáticos docentes investigadores del IIMAT, por su trabajo, dedicación y tiempo en la organización de la OPM en los últimos años y sobre todo por hacer realidad la publicación de las revistas UKAMAU como una pequeña pero muy significativa contribución al mejoramiento de la calidad de la educación matemática en nuestro país.

La Paz, noviembre del 2015.

Hans Humberto Hina Hooper Ph.D.
Director del Instituto de Investigación Matemática
Universidad Mayor de San Andrés

Cómo usar esta revista

Desde el año 2013 la Olimpiada Paceña de Matemática se estructura por categorías de acuerdo a:

- **Categoría α .** Actualmente comprende el 1ro y 2do de secundaria.
- **Categoría β .** Actualmente comprende el 3ro y 4to de secundaria.
- **Categoría γ .** Actualmente comprende el 5to y 6to de secundaria.

La revista ha sido diseñada con la intención de facilitar no solo la lectura del contenido, sino también para fomentar un hábito muy útil en el proceso de aprendizaje autónomo o auto-entrenamiento para una olimpiada de matemática, el hábito de la perseverancia. Pensar un problema involucra creatividad, y la creatividad es un proceso complejo de razonamiento que requiere un tiempo para desarrollarse, por eso la primera parte del contenido son enunciados de los problemas de la OPM. Tomarse un tiempo para pensar un problema es una de las más básicas estrategias para resolverlo y perseverar en el mismo también, no hay fórmulas mágicas para resolver problemas de matemática, hay ideas, ideas que deben ser maduradas a través del razonamiento matemático.

En la Segunda Parte de la revista encontrarán los enunciados de todas las fases de la 8va y 9na OPMs. En Tercera Parte se desarrollan soluciones detalladas de los problemas de la OPM. Para su fácil acceso en la parte final de la revista encontrarán la Clave de respuestas de la OPM. Sugerimos entonces en primera instancia comparar la solución encontrada con la que se propone en la Clave de respuestas, si la solución es correcta, estudiar la solución en la sección correspondiente, caso contrario lo mejor es perseverar, revisar el problema y la estrategia utilizada.

Sobre la Olimpiada Paceña de Matemática

La Olimpiada Paceña de Matemática (OPM) es un proyecto institucional de interacción social de la Carrera de Matemática y del Instituto de Investigación Matemática-IIMAT, dependientes de la Facultad de Ciencias Puras y Naturales de la Universidad Mayor de San Andrés. La OPM tiene como objetivo fundamental estimular entre los jóvenes del departamento de La Paz la actividad matemática y desarrollar su capacidad para resolver problemas, contribuyendo de esta forma al mejoramiento del proceso de enseñanza y aprendizaje de la matemática en el ámbito de la educación escolarizada.

La OPM está sujeta a los siguientes principios generales:

Libertad de participación: esta actividad es completamente voluntaria.

Participación gradual: se instrumenta la participación en función de la escolaridad, uso de métodos y conocimientos para evitar la temprana frustración de los alumnos con dificultades que exceden su madurez.

Intencionalidad educativa: la propuesta consiste en:

- Cambiar la idea errónea que se tiene acerca de la matemática en el sentido de que se trata de un cúmulo de procedimientos (recetario) para realizar ejercicios enteramente operativos y sin trascendencia por el de un espacio libre dotado de ciertas reglas donde se puede jugar utilizando la imaginación y la creatividad.
- Estimular a los estudiantes del sistema educativo en general, para descubrir el placer de aprender y hacer matemática, asimilando conceptos y procesos a través de la resolución de problemas.
- Influir positivamente en la mejora de la calidad del proceso enseñanza aprendizaje de la matemática.
- Promover el intercambio de experiencias entre profesores de matemática y matemáticos.

6

Igualdad de oportunidades: la intención es estimular el pensamiento crítico y ofrecer idéntica posibilidad de participación y de desarrollo personal en toda la comunidad escolar, independientemente de su condición social.

Integración social: es un aporte para la formación de recursos humanos.

Contenido

Contenido	I
I Ganadores de la Olimpiada Paceña de Matemática	1
1. 10ma Olimpiada Paceña de Matemática (2015)	3
1.1. Categoría α	3
1.2. Categoría β	5
1.3. Categoría γ	6
2. 9na Olimpiada Paceña de Matemática (2014)	8
2.1. Categoría α	8
2.2. Categoría β	9
2.3. Categoría γ	9
3. 8va Olimpiada Paceña de Matemática(2013)	11
3.1. Categoría α	11
3.2. Categoría β	11
3.3. Categoría γ	12
II Problemas de la Olimpiada Paceña de Matemática	13
4. Primera fase	15
4.1. Categoría α	15
4.1.1. 8va Olimpiada Paceña de Matemática (2013)	15
4.1.2. 9na Olimpiada Paceña de Matemática (2014)	17
4.2. Categoría β	19

4.2.1.	8va Olimpiada Paceña de Matemática (2013)	19
4.2.2.	9na Olimpiada Paceña de Matemática (2014)	22
4.3.	Categoría γ	25
4.3.1.	8va Olimpiada Paceña de Matemática (2013)	25
4.3.2.	9na Olimpiada Paceña de Matemática (2014)	28
5.	Segunda fase	31
5.1.	Categoría α	31
5.1.1.	8va Olimpiada Paceña de Matemática (2013)	31
5.1.2.	9na Olimpiada Paceña de Matemática (2014)	33
5.2.	Categoría β	35
5.2.1.	8va Olimpiada Paceña de Matemática (2013)	35
5.2.2.	9na Olimpiada Paceña de Matemática (2014)	37
5.3.	Categoría γ	38
5.3.1.	8va Olimpiada Paceña de Matemática (2013)	38
5.3.2.	9na Olimpiada Paceña de Matemática (2014)	40
6.	Tercera fase	43
6.1.	Categoría α	43
6.1.1.	8va Olimpiada Paceña de Matemática (2013)	43
6.1.2.	9na Olimpiada Paceña de Matemática (2014)	44
6.2.	Categoría β	46
6.2.1.	8va Olimpiada Paceña de Matemática (2013)	46
6.2.2.	9na Olimpiada Paceña de Matemática (2014)	47
6.3.	Categoría γ	48
6.3.1.	8va Olimpiada Paceña de Matemática (2013)	48
6.3.2.	9na Olimpiada Paceña de Matemática (2014)	49

<i>CONTENIDO</i>	III
III Soluciones de la Olimpiada Paceña de Matemática	51
7. Primera fase	53
7.1. Categoría α	53
7.1.1. 8va Olimpiada Paceña de Matemática (2013)	53
7.1.2. 9na Olimpiada Paceña de Matemática (2014)	54
7.2. Categoría β	56
7.2.1. 8va Olimpiada Paceña de Matemática (2013)	56
7.2.2. 9na Olimpiada Paceña de Matemática (2014)	61
7.3. Categoría γ	65
7.3.1. 8va Olimpiada Paceña de Matemática (2013)	65
7.3.2. 9na Olimpiada Paceña de Matemática (2014)	69
8. Segunda fase	75
8.1. Categoría α	75
8.1.1. 8va Olimpiada Paceña de Matemática (2013)	75
8.1.2. 9na Olimpiada Paceña de Matemática (2014)	78
8.2. Categoría β	81
8.2.1. 8va Olimpiada Paceña de Matemática (2013)	81
8.2.2. 9na Olimpiada Paceña de Matemática (2014)	88
8.3. Categoría γ	93
8.3.1. 8va Olimpiada Paceña de Matemática (2013)	93
8.3.2. 9na Olimpiada Paceña de Matemática (2014)	99
9. Tercera fase	104
9.1. Categoría α	104
9.1.1. 8va Olimpiada Paceña de Matemática (2013)	104
9.1.2. 9na Olimpiada Paceña de Matemática (2014)	108
9.2. Categoría β	110

9.2.1.	8va Olimpiada Paceña de Matemática (2013)	110
9.2.2.	9na Olimpiada Paceña de Matemática (2014)	112
9.3.	Categoría γ	116
9.3.1.	8va Olimpiada Paceña de Matemática (2013)	116
9.3.2.	9na Olimpiada Paceña de Matemática (2014)	119
Clave de respuestas de la Olimpiada Paceña de Matemática		123

Los demás páginas están en el texto impreso disponible en la Carrera de Matemática, planta baja del edificio viejo Monoblock UMSA, teléfono (591-2) 2441578, o en el Instituto de Investigación Matemática (IIMAT) VoIP: 261-2818, Campus Universitario UMSA de la zona de Cota Cota de la ciudad de La Paz–Bolivia. Correos: iimat@fcpn.edu.bo, iimat@umsa.bo